1. Fünf Arbeiter benötigen zum Streichen einer langen Wand 20 Stunden. Wie viele Stunden würden 4 Arbeiter benötigen?

2. Hans braucht zum Ernten eines bestimmten Tomatenbeetes 3 Stunden, Felix würde nur 2 Stunden benötigen. (a) Wie viel Zeit benötigen die beiden, wenn sie zusammen arbeiten? (b) Die beiden arbeiten eine dreiviertel Stunde zusammen, dann muss Hans nach Hause. Wie viel Zeit benötigt Felix für den Rest des Beetes?

3. Das Futter auf Lisas Pferdehof reicht für die vorhandenen Pferde noch 22 Tage. Jetzt kommen noch 4 Pferde dazu, und das Futter reicht nur noch für 20 Tage. Wie viele Pferde hat Lisa?

4. Vor sieben Jahren war ein Vater siebenmal so alt wie sein Sohn. In 3 Jahren wird der Vater dreimal so alt sein wie sein Sohn. Wie alt sind Vater und Sohn jetzt?

5. Im Garten sitzen Schnecken, Raben und Katzen. Großvater zählt die Köpfe und Füße der Tiere. Er kommt auf insgesamt 39 Köpfe und 57 Füße. Die Raben haben zusammen 6 Füße mehr als die Katzen. Wie viele Katzen sind es?

6. In welcher Relation (=,>,<) stehen die beiden Zahlen 1 und $0.\overline{9}$?

7. Man wandle die Dezimalzahlen in Brüche um.
   1. 0.7 2. $0.\overline{16}$ 3. $2.3\overline{46}$

8. Eine Gruppe Kinder geht Kastanien sammeln. Dazu stehen zwei Körbe zum Transport zur Verfügung, von denen einer doppelt so viel fasst wie der andere. In der ersten halben Stunde schüttet die ganze Gruppe die Kastanien nur in den großen Korb. In der nächsten halben Stunde füllt eine Hälfte der Gruppe den großen Korb, die andere Hälfte sammelt in den kleinen Korb. Bis auf ein Kind müssen die übrigen Kinder nach Hause. Dieses Kind füllt in der nächsten Stunde den kleinen Korb fertig. Wie viele Kinder sammelten Kastanien?

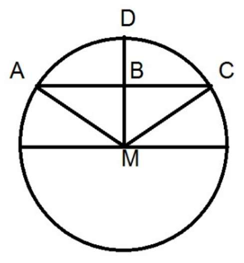
9. Für n=1, 2, 3,... werden Zahlen $D_n = \frac{n(n+1)}{2}$ definiert. Man ermittle – falls sie existiert – die Summe der Kehrwerte dieser Zahlen.

10. Axel, Bert und Carl wollen von ihrem Haus zu einer 11km entfernten Hütte gelangen. Sie haben nur ein Fahrrad mit Gepäckträger. Axel fährt mit dem Fahrrad, die beiden anderen gehen oder sitzen auf dem Gepäckträger. Fährt Axel allein mit dem Fahrrad, kann er 15km/h schnell fahren. Sitzt jemand auf dem Gepäckträger, kann er nur 12km/h schnell fahren. Zu Fuß gehen sie mit einer Geschwindigkeit von 3km/h. Während Carl zunächst zu Fuß geht, fährt Axel mit Bert auf dem Gepäckträger vom Haus bis zu einer Stelle, wo er ihn ablädt und dieser dann zu Fuß weitergeht. Anschließend fährt Axel allein zurück bis er auf Carl trifft. Carl setzt sich auf den Gepäckträger und beide fahren zusammen zur Hütte. Alle drei kommen gleichzeitig an der Hütte an. Wie lange brauchen sie zur Hütte?

11. Es gibt ganze Zahlen a, so dass gilt: $a^2 = n_1n_2n_3n_4n_5n_6$ kann so aufgeteilt werden, dass $a = n_1n_2n_3 + n_4n_5n_6$ (die Teilung muss nicht unbedingt in der Mitte erfolgen).
    Beispiel: $297^2 = 88209 \rightarrow 297 = 88 + 209$. Finde möglichst viele solcher Zahlen.

12. Setze die Ziffern 1 bis 9 (jede genau einmal) so in $nn + nn + \frac{n}{n} + \frac{n}{nn} = 100$ ein, dass die Gleichung erfüllt ist.

13. B teilt die Strecke MD (=den Radius des Kreises) in der Mitte.
    Gesucht: Inhalt der Fläche des Kreisbogens ACD.
    (Bitte ohne Integralrechnung lösen.)



(SN´00 LK)

$f_a(x)=(a^2+1)(\sin(ax)+\cos(ax))$, $a > 0$, $0 \le x \le \frac{2\pi}{a}$

1. Geben Sie für die Funktion f_2 die Nullstellen, die Koordinaten der lokalen Extrempunkte, die Art der Extrema, die Koordinaten der Wendepunkte und den Wertebereich an.
   Ermitteln Sie den maximalen Anstieg dieser Funktion.
2. Geben Sie eine Gleichung der Normalen n an den Graphen der Funktion $f_{0.5}$ im Schnittpunkt mit der y-Achse an.
   Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion $f_{0.5}$, der x-Achse und der Geraden n im I. Quadranten eingeschlossen wird.
3. Für jedes a (a > 0) existiert eine Tangente t_a an den Graphen der Funktion f, im Schnittpunkt mit der y-Achse. Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Tangente t_a.
   Bestimmen Sie a so, dass der Anstieg der zugehörigen Tangente t_a den Wert 2 hat.
   Geben Sie eine Gleichung dieser speziellen Tangente an.

   Für jedes a wird durch die Koordinatenachsen und den Graphen der Funktion f_a im I. Quadranten eine Fläche vollständig begrenzt.

4. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

5. Weisen Sie nach, dass es genau ein a gibt, für das der Inhalt dieser Fläche extrem ist. Ermitteln Sie die Art des Extremums und geben Sie für diesen Fall den Flächeninhalt an.

SN 02 NT LK

Für jedes a>0 ist eine Funktion f_a gegeben durch $f_a(x)=ax^2\left(1-\ln\left(\frac{x^2}{a}\right)\right)$ und ihre zweite Ableitung durch $f_a''(x)=-2a\left(\ln\left(\frac{x^2}{a}\right)+2\right)$.

1. Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion an und bestimmen Sie die Nullstellen dieser Funktion. Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion f_a achsensymmetrisch zur y-Achse ist. Ermitteln Sie die Koordinaten der lokalen Extrempunkte des Graphen der Funktion f_a und untersuchen Sie die Art der Extrema.
2. Begründen Sie, dass es genau eine Funktion f_a gibt, die den Wertebereich $\{y|\ y \in \mathbb{R},\ y \le 1\}$ besitzt und geben Sie den Wert a für diesen Fall an.
3. Der Graph jeder Funktion f_a besitzt genau zwei Wendepunkte. Alle Wendepunkte der Graphen der Funktionen f_a liegen auf dem Graphen einer Funktion g.
   Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion g.
4. Weisen Sie nach, dass die Funktion F_1 mit der Gleichung $F_1(x)=\frac{1}{9}x^3(5-\ln(x^2))$ eine Stammfunktion der Funktion f_1 ist. Der Graph der Funktion f_1, die x-Achse sowie die Geraden mit den Gleichungen $x = z$ ($z \in \mathbb{R}$, $0<z<1$) und $x = 1$ begrenzen eine Fläche mit dem Inhalt A(z) vollständig.
   Berechnen Sie den Flächeninhalt A(z).
   Geben Sie den Flächeninhalt für $z=\frac{1}{e}$ an.
5. Der Graph der Funktion f_1 rotiert im Intervall $0{,}5 \le x \le \sqrt{e}$ um die x-Achse. Ermitteln Sie das Volumen des betreffenden Rotationskörpers.
6. Für jedes u ($u \in \mathbb{R}$, $u > 0$) existiert im Punkt $R(u|f_1(u))$ eine Tangente t_u an den Graphen der Funktion f_1.
   Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Tangente. Bestimmen Sie die Werte u, für die die Tangente t_u den positiven Teil der x-Achse und den negativen Teil der y-Achse schneidet.

Aus dem hessischen Landesabitur Mathematik 2016 Leistungskurs Ersttermin B1

Durch Drehen der Ebene F:2x+3y+6z=0 um die Gerade $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\2\\-2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}12\\18\\-13\end{pmatrix}$ entsteht die Ebenenschar E_a:

$(4.5+3a)x+(4.5a-3)y+9\cdot a\cdot z=7.5$.

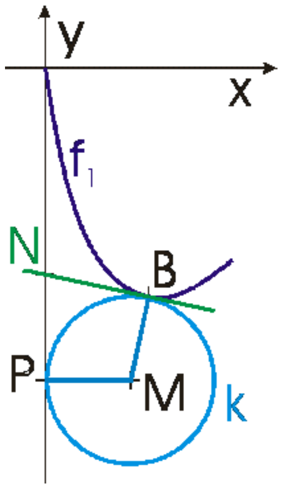
Aufgabe 1 (aus dem Abitur): Zeigen Sie, dass die Gerade g sowohl in der Ebene F liegt als auch gemeinsame Gerade aller Ebenen der Ebenenschar E_a ist, dass aber F selbst nicht zur Ebenenschar E_a gehört.

Aufgabe 2 (von mir): Erläutern Sie, eventuell anhand einer Skizze, wie man sich das in Aufgabe 1 beschriebene Phänomen geometrisch vorstellen kann.
(Eine Rechnung kann hilfreich sein, um eine Vermutung zu bekommen bzw. um diese Vermutung zu beweisen, aber eine Rechnung allein ist keine „Erläuterung“.)

Abiturähnliche Aufgabe LK 2005 $f_a(x)=x\cdot\ln\frac{x^2}{a}$

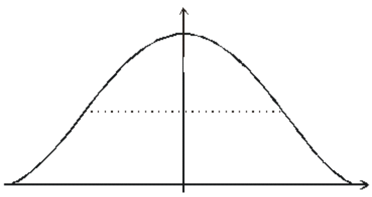
c) Die Abszissenachse, die Tangente an den Graphen von f_a im Punkt $P_a(\sqrt{a} \mid f_a(\sqrt{a}))$ sowie die Tangente und die Normale an den Graphen von f_a im lokalen Minimumpunkt begrenzen eine Vierecksfläche vollständig.
Nennen Sie die Art der entstehenden Vierecksfläche. Begründen Sie.
Berechnen Sie ohne Verwendung von Näherungswerten den Wert a, für den der Inhalt dieser Fläche e^{-2} beträgt. 7BE

e)



Ein im vierten Quadranten liegender Kreis k mit dem Mittelpunkt M berührt die Ordinatenachse im Punkt P(0 | −1) und außerdem den Graphen der Funktion f_1 im Punkt $B(x_B \mid f_1(x_B))$. Die Tangente t an den Graphen der Funktion f_1 im Punkt B schneidet die Ordinatenachse im Punkt N (siehe Abbildung).
Begründen Sie, dass das Viereck PMBN ein Drachenviereck ist.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für den Radius des Kreises k.
6BE

Nachtermin GK 2001



Der symmetrische Giebel eines Barockhauses soll re-konstruiert werden. Der Giebel ist in der Abbildung (nicht maßstäblich) in einem Koordinatensystem dargestellt. Eine für alle x definierte, gerade, ganzrationale Funktion f beschreibt im entsprechenden Intervall den oberen Giebelrand. Die x-Achse ist Tangente an den Graphen der Funktion f in den Punkten $P_1(4 \mid 0)$ und $P_2(-4 \mid 0)$ (1 Einheit = 1 m).
Die maximale Höhe des Giebels über der Dachkante (x-Achse) beträgt 4,0 m.

a) Begründen Sie, dass die Funktion f eine Funktion mindestens 4. Grades sein muss. 1BE

b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion f. 4BE

c) Ein Architekt beschreibt einen solchen Giebelrand durch den Graphen der Funktion g mit $y = g(x) = (\frac{1}{8}x^2 - 2)^2$.
Dieser Giebel soll durch eine waagerechte Linie in zwei flächengleiche Teile zerlegt werden. Während der untere Teil des Giebels mit Ornamenten verziert wird, ist beabsichtigt, im oberen Teil des Giebels Fenster anzubringen.
Ermitteln Sie auf Dezimeter genau, bis zu welcher Höhe der Giebel mit Ornamenten versehen werden soll. 5BE