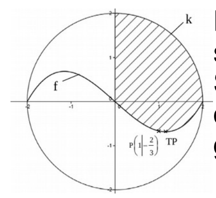
Landesabitur Hessen, Analysis, Version „WTR“ (wissenschaftlicher Taschenrechner)

2007			
ET	GK	A1	$x \cdot e^{1-x}$, uneigentliches Integral
		A2	$-2x^2+8x-6$, Integral, Extremwertaufgabe (Differenz zw. Funktionen)
	LK	A1	$f_a(t)=\frac{a+\ln(t)}{t^2}$, Stammfunktion, Atemstoßtest nach Tiffenau, Luftvolumen
		A2	$f_k(x)=(1-x)e^{k-kx}$, uneigentliches Integral
2008			
ET	GK	A1	$\frac{c}{x}$ Saftflasche, Rotationskörper, Ändert sich das Vol. bei Änderung der Fkt?
		A2	$\frac{1}{6}x^3-2x^2+6x$ Heißluftballon: Höhe, Geschwindigkeit
	LK	A1	$s(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$, $c(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ Funktionalgleichungen, Ähnlichkeit zur trig. Funktionen, Kettenlinie, Qualitätsmaß (Integral) für eine Näherungsfunktion, Extremwertaufgabe
		A2	Lorenzkurve, Vermögensverteilung, Gini-Koeffizient
NT	GK	A1	radioaktiver Zerfall, Zerfallsgeschwindigkeit
		A2	Durchflussgeschwindigkeit Gezeitenkraftwerk $d(t)=150\cdot\sin\left(\frac{\pi}{44700}\cdot t\right)$, $[m^3/s]$ Deutung des Integral über das Wasservolumen
	LK	A1	Wirkstoffkonzentration im Blut. Intravenös vs. peroral.
		A2	$f(x)=\cos(x)\cdot(1+\sin(x))$ Stammfunktion, Approx. durch Polynom. Qualitätsmaß für Näherung (→ 2008LK A1)
2009			
ET	GK	A1	$f(x)=(x+1)^2\cdot e^{-x}$, $g(x)=2(x+1)\cdot e^{-x}$ Funktionalgleichung, Extremwertaufgabe
		A2	Eisenbahngleise ohne Knick verbinden. Erst mit Parabel, dann mit Hyperbel. Flächenberechnungen
	LK	A1	$f_k(x)=\frac{e^{k\cdot x}}{(e^{k\cdot x}+1)^2}$ Vergleich mit Gaussscher φ-Funktion. Näherung, Flächen.
		A2	$F(x)=3\sin\left(\frac{1}{2}(x-\frac{\pi}{2})\right)+3$ Flächen. Sonnenscheindauer je Tag im Jahresverlauf. Deutung eines Integrals.
1. NT	GK	A1	Lärmschutzwall, ganzrational. Böschungswinkel in Abhängigkeit vom Schüttmaterial
		A2	$f(x)=-2\sin(2x)-1$ Uneigentliches Integral.
	LK	A1	$f_a(x)=\sqrt{a^2-x^2}, a>0$ Extremwertaufgabe. Winkelpythagoras, Produktintegration
		A2	$f(x)=\frac{54}{x^2+9}$ Näherungsweise Flächenberechnung mit Trapezen oder Rechtecken (Ober- / Untersumme). Funktion approximieren mit gegebenem Ansatz. Exakte Flächenberechnung bei gegebener Stammfunktion. Ermittlung des Fehlers.
2. NT	GK	A	Ganzrat. Fkt. 3ten Grades. Streckung dieser Fkt. Bestimmung von Integrationsgrenzen. Zusammenhang zwischen Fkt. und Stammfunktion.
	LK	A	$f_k(x)=\frac{k\cdot x^2}{4}-\frac{\ln(x)}{2k}$ Verfolger verfolgt Beute (Verfolgungskurve).

2010			
ET	GK	A1	Vase, ganzrationale Fkt., Rotationskörper. Approx. des Volumens durch Zylinder. Formel für mittleren Radius. Approx. des Volumens durch Kegelstumpf.
		A2	Kosten des Gesundheitswesen eines Landes: exponentielle Wachstumsfunktion. Aufstellen und Interpretieren der Stammfunktion. Jährliche Einnahmen (linear) und Ausgaben (exponentiell) einer Krankenkasse. Interpretation $\int_0^T (Einnahmen - Ausgaben)\,dt = 0$
	LK	A1	$g_a(x)=2\cdot a\cdot e^{-\frac{x^2}{4a^2}}$, $w_a(x)=\frac{8a^3}{x^2+4a^2}$ Näherungsweise Best. von $\int_{-4}^{4} g_2(x)\,dx$ Zeigen, dass $W_a(x)=4a^2\arctan\left(\frac{x}{2a}\right)$ Stammfunktion von $w_a(x)$ ist. Rotationskörper.
		A2	Landwirt, Fluss, Straße. Rekonstruktion einer ganzrat. Funktion für den Straßenverlauf. Kurvenlänge (Formel gegeben) wird approximiert a) Linearisierung b) mit Keplerscher Fassregel (Formel gegeben). Entscheiden, welches Verfahren besser ist. Interpretation gewisser, bestimmter Integrale im Zusammenhang mit Neuaufteilung des Landes.
NT	GK	A1	Profil einer Brücke wird mit quadratischer Funktion genähert. Eignung der Brücke für Rollstuhlfahrer (max. Steigung). Abfallvolumen bei Herstellung des Brückenträgers aus Quader. Andere Profilfunktion, welche knickfrei sein soll.
		A2	Stausee, Zulaufkanal, Wolkenbruch. Zuflussgeschwindigkeit $f(t)=1.6\cdot e^{\frac{-t}{10}}(1-e^{\frac{-t}{10}})$ Bedeutung des bestimmten Integrals. Deutung einer gegebenen Summe, welche die mittlere Zuflussgeschwindigkeit modelliert.
	LK	A1	Bernsteinpolynome. Approximation einer Sinus-Funktion damit.
		A2	Ölproduktion der USA, Exponentialfunktionen, logistische Funktion Interpretation eines uneigentlichen Integrals
2011			
ET	GK	A1	Heißer Kaffee, exponentielle Abkühlung. Abkühlungsgeschwindigkeit
		A2	Heißluftballon, ganzrationale Höhenfunktion. Volumen des Ballons (Rotationskörper, ganzrationale Randfunktion)
	LK	A1	Heißluftballon, $h(t)=2t^2(1.5-\ln(t))$. Volumen, Wurzelfunktion als Randfunktion.
		A2	Hochwasser am Fluss, Durchflussgeschwindigkeit. Zur Beschreibung derselben sind $f_1(x)=a\cdot\cos(k\cdot x+d)+c$ und $f_2(x)=a\cdot e^{-\frac{(x-d)^2}{\lambda}}+c$ im Angebot. Volumen des vorbeifließenden Wassers.
NT	GK	A1	Zwei gegebene Polynome sollen jeweils die Gleichung $\int_0^1 p(x)\,dx=p(1)-p(0)$ erfüllen. $f(x)=\pi\cdot\sin(\pi x)$ soll mit diesen Polynomen genähert werden. Beurteilung der Güte der Approximation mittels gewisser Integrale.
		A2	Skisprungschanze, K-Punkt, Hillsize-Punkt. Wird durch ganzrat. Fkt. beschrieben. Integral über eine Differenzfunktion zur Entscheidung, wie viel Material vom Hang abgetragen werden muß.
	LK	A1	$f_t(x)=1-\frac{2e^x}{e^x+t}$ Zeigen und geometrisch deuten, dass $f_1(x-\ln(k))=f_k(x)$ für $k>0$. Stammfunktion von $f_t(x)$ herleiten. Zeigen, dass unabhängig von t gilt: $\int_{\ln(t)}^{\ln(2t)} f_t(x)\,dx=\ln\frac{8}{9}$.
		A2	Damm. Funktion des Stahlmattenprofils: $f(x)=x\sqrt{c-kx}$ Ohne Rechnung zeigen, dass eine Fkt. rechtsgekrümmt ist. Näherungsverfahren für Bogenlänge. Stammfunktion von f, Fläche.

2012			
ET	GK	A1	$f(x)=(x+1)^2\cdot e^x$ Quadratische Funktion mit selbem Tiefpunkt. Flächenberechnungen. Extremum der Differenzfunktion.
		A2	Profil eines Berghangs (Wurzelfunktion), Straße soll angelegt werden. Knickfrei. Winkel. Steigung. Volumen- (eigentlich Flächen-)Berechnung. Quadratische Kostenfunktion. Höhe eines aufzuschüttenden Hügels mit dem Erdabtrag.
	LK	A1	$f(x)=(\ln(x))^2+\ln(x)$ Flächenberechnungen. Produktintegration $f_k(x)=(\ln(x))^2+k\cdot\ln(x)$ "Funktionenpaare" (f_k, f_{-k}). Funktionalgleichungen.
		A2	Mühlenkopfschanze in Willingen. Kubische Parabel. Knickfei. Bogenlänge.
NT	GK	A1	Schokoladeneier. Wurzelfunktionen zur Begrenzung, unterteilt in stumpfen und spitzen Pol. Knickfreier Übergang. Innere und äußere Begrenzungsfunktionen. Rotationskörper.
		A2	Ganzrationale Funktion vierten Grades, deren Bestimmung. Durch Multiplikation mit t entsteht Funktionenschar. Gegebene Rechnung: Unterschied zwischen $\pi\int_0^2 f^2-\pi\int_0^2 g^2$ und $\pi\int_0^2 (f-g)^2$ erläutern.
	LK	A1	Zunächst wie GK-A1. Das Ei soll einen zylinderförmigen Körper mit maximalem Volumen enthalten. Dazu wird Rechnung präsentiert, welche erläutert werden soll.
		A2	Wertetabelle gegeben, aus welcher Exponentialfunktion hergeleitet werden soll. Ab $x_0=7$ soll es knickfrei linear weitergehen. Das Intervall <7 soll a) durch lineare b) durch quadratische Funktion approximiert werden. Beurteilung der Güte der Näherung durch Flächen der Fehler. Begrenztes Wachstum.
2013			
ET	GK	A1	Fledermausgaube, $f(x)=k\cdot e^{a\cdot x^2}$ Näherungsweise Bestimmung des Flächeninhalt (Ober- / Untersumme). Rechteckiges Fenster mit maximalem Flächeninhalt, $A(z)=2\cdot z\cdot 1.8\cdot e^{-0.12z^2}$ gegeben.
		A2	Wassergraben, $f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{4}x-1\right)$ Knickfreier Anschluss des Grabens. Stammfunktion zur Bestimmung des Grabenvolumens. Wasserstandshöhe im Jahresverlauf: $g(x)=a\cdot\cos(b\cdot(x+c))+d$
	LK	A1	Zunächst wie GK-A1. Zeigen, dass die Wendepunkte der Schar auf Parallele zur y-Achse liegen.
		A2	$f(x)=x\cdot\ln\left(\frac{x^2}{a}\right)$ Zeige: Wenn g(x) achsensymmetrisch, dann x•g(x) punktsymmetrisch. $\lim_{x\to 0}(x\cdot\ln(x^2))$ bestimmen. Zeige, dass die Schar $\mathbb{R}^2\setminus\{x=0\}$ komplett überdeckt. Ortskurve der Extrema. Eine Flächenberechnung bei gegebener Stammfunktion.
NT	GK	A1	Dreieck, Umparabel, Inparabel. Die Flächeninhalte stehen im Verhältnis 4:3:2. Für gegebenes Dreieck Flächen berechnen und Verhältnis bestätigen. Die drei Flächen rotieren, Verhältnisse der Volumina. Begründen, dass die Volumenverhältnisse andere sind als die Flächenverhältnisse.
		A2	Rotationssymmetrische Wasserkaraffe, ganzrationale Randfunktion. Volumen mit Zylinder näherungsweise abschätzen. Karaffen werden gefüllt gemäß $f(t)=t\cdot e^{-t}$ [Liter/Sekunde] Nachweis, dass $F(t)=-(1+t)\cdot e^{-t}$ eine Stammfunktion von f ist. f(t) modifizieren, so dass die Karaffen nach jeweils 4 Sekunden gefüllt sind.
	LK	A1	$f(x)=e^{0.5x^2}$. Untersuchen, bei x=0 durch Parabel approximieren. $g(x)=e^{-0.5x^2}$. Zusammenhang zwischen g und f. g lokal approximieren. Mit Hilfe der Näherungsfunktion Flächeninhalte ermitteln. $g(x)\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ ist Gausssche φ-Funktion (vgl. 2009-ET-LK-A1). Fläche aus Normalverteilungstabelle ablesen und mit Näherung vergleichen. Begründen,

			dass $\int_0^\infty g(x)\,dx$ existiert und Wert angeben.
		A2	Akashi-Kaikyo-Hängebrücke. Tragseile durch Parabel p approximieren. Dann durch $k_b(x)=\frac{1}{2b}\left(e^{bx}+e^{-bx}\right)-\frac{1}{b}$. Analyse einer Rechnung mit einer Differenzfunktion p(x)-k(x). (Bogen)Länge der Tragseile (mit $k_b(x)$, Formel für Bogenlänge gegeben). Erläutern der gegebenen Rechnung. Wert des nun gegebenen Integrals bestimmen, dazu Stammfunktion ermitteln. Flächenberechnung mit k(x) („Windbelastung“).
2014			
ET	GK	A1	Medikamentenmenge $f(t)=20e^{-0.1054t}$ [mg, t in Minuten, Injektion]. Halbwertszeit. Medizinische Wirkung $w(T)=\int_0^T f(t)\,dt$. w(35) und w(∞) bestimmen, vergleichen, deuten. Verabreichung per Tropf: $h(t)=\frac{c}{k}(1-e^{-kt})$. Nachweis einer Stammfunktion. „Diskutieren“ der Darreichungsformen.
		A2	 Brosche, Goldschmied. Funktion in Mitte ganzrational 3ten Grades bestimmen. Fläche und dann Masse bestimmen bei gegebener Dichte. Schar, die durch Streckung von f entsteht. Streckfaktor so bestimmen, dass bestimmte Fläche entsteht. Kreis(funktion) wird mit Funktion gleichgesetzt, Rechnung kommentieren im Sachzusammenhang.
	LK	A1	$f_k(x)=\frac{x+k}{e^x}$. Diverse Kurvendiskussion. Zeigen, dass $f''_k(x)$ ebenfalls eine Funktion der Schar ist. Mit Produktintegration Stammfunktion bestimmen. Uneigentliches Integral. Neue Schar wird aus Verschiebung in x-Richtung der alten Schar generiert. Damit wird ein Wachstumsvorgang (Gewichtszunahme von jungen Hunden) beschrieben.
		A2	Moses Mabhida Stadion in Durban, Südafrika. Da gibt es einen Stahlbogen. Dessen Rand wird mit quadratischer und mit Kostenfunktion beschrieben; Parameter dieser Funktionen an die gegebenen Daten anpassen. Weitere Möglichkeit zur Beschreibung des Bogens: umgekehrte Kettenlinie $k(x)=C-\frac{1}{2\lambda}\left(e^{\lambda x}+e^{-\lambda x}\right)$. Formel für die Ableitung(!) der Bogenlänge wird hergeleitet, diese ist zu erläutern. Anwenden.
NT	GK	A1	Wasserkraftwerk, gegebene Zufluss- und Abflussrate, jeweils ganzrationale Funktionen. Differenzfunktion im Sachzusammenhang erläutern. Integrale über die diversen Funktionen im Sachzusammenhang erläutern.
		A2	$b(t)=-40e^{-0.05t}-0.13t+40$: Alkoholmenge im Blut nach Konsum von 1Liter Bier [g, t in Minuten]. Widmark‘sche Formel. Zeigen, dass $g(t)=-0.13t+40$ Asymptote von b ist. Interpretieren im Sachzusammenhang. Funktion modifiziert sich bei Konsum auf nüchternen Magen. Vergleichen. Berechnen und deuten von $A=\frac{1}{90}\int_1^{90} b(t)\,dt$
	LK	A1	Tageslänge im Jahresverlauf, trigonom. Funktion. Deuten von $\frac{1}{365}\int_0^{365} f(t)\,dt$ Globalstrahlung G [W/m^2]. Integral darüber.
		A2	Zwiebelförmige Lampenschirme, $f_a(x)=\frac{x^2}{a^2}\sqrt{a^2-x^2}$ als Randfunktion. Quader- und kegelförmige Verpackung konzipieren. Volumen der Lampenschirme darf $1dm^3$ nicht unterschreiten.
2015			
ET	GK	A1	Käferpopulation $k(t)=(50+25t)e^{-0.1t}$ [1000 Käfer, t in Jahren]. Grenzverhalten. Begriffe „Populationsgröße“ und „Wachstumsgeschwindigkeit“. Nachweis Stammfunktion. Deutung von $\frac{1000}{30}\int_{20}^{50} k(t)\,dt$ im Sachzusammenhang. k(t) für $t\geq 55$ knickfrei linearisieren, damit

			Aussterbezeitpunkt bestimmen.
		A2	Tunnelförmiges Foliengewächshaus, Profil soll parabelförmig sein. Volumen. Zwischenboden wird eingezogen, Auswirkung auf die Bodenfläche. Neues Modell mit Halbkreisform. Verbrauch an Folie dafür. Halbkreis wird ab bestimmter Höhe durch Tangenten ersetzt.
	LK	A1	Enzymaktivitäten in Plasma, Serum, Harn. $f_{a,b,c}(t)=a+b\cdot t^2\cdot e^{ct}$ [f in „Units“, t in Stunden]. Parameter an Daten anpassen. Größte/kleinste Steigung, zugehörige Änderungsraten. Ermittlung einer Stammfunktion wird vorgerechnet, kommentieren ($\rightarrow$ partielle Int.). Bestimmen von $\frac{1}{3}\int_0^3 f(t)\,dt$ und deuten im Sachzushg. Die Gleichung $100+4600\cdot t^2\cdot e^{-2t}=192$ soll mittels gegebenem Graphen gelöst werden. Damit entscheiden, „in welcher Zeitspanne die Diagnose Herzinfarkt gestellt werden kann“.
		A2	$f_k(x)=\sin(x)+kx$. Diverse Funktionsuntersuchungen. Flächenberechnungen. Temperaturverlauf innerhalb eines Tages: $g(t)=a\cdot\sin\left(\frac{1}{12}\pi(t-b)\right)+c$ [°C]. Parameter anpassen, deren Bedeutung im Sachzusammenhang beschreiben. An einem bestimmten Tag in Frankfurt: $h(t)=-6\sin\left(\frac{\pi}{12}t+\frac{\pi}{12}\right)+0.4t+10.5$. Uhrzeit der minimalen und der maximalen Temperatur. $T_L=\frac{1}{4}(T_0+T_6+T_{12}+T_{18})$ (mittlere Temperatur aus Werten zu den „synoptischen Stunden“ gemessen). Berechnen. $\overline{T}=\frac{1}{24}\int_0^{24} h(t)\,dt$, ebenfalls mittlere Temperatur. Berechnen und Fehler vergleichen relativ zur anderen Formel.
NT	GK	A1	Bierglas wird mit Zapfhahn gefüllt. t: Zeit in Sekunden, x: Höhe des Glases in cm, f(t): Zufluss in cm^3/s (ganzrational, gegeben), r(x): Radius des Glases, h(t): Füllhöhe Funktionsgleichung von r(x) (quadratisch) ermitteln Term zur Bestimmung des Volumen des Glases angeben. Anderes Glas, nun wird die innere Profilfunktion durch Wurzelfunktion beschrieben. Volumen bestimmen.
		A2	Verkaufszahl einer neuen CD: $f(x)=2\cdot x\cdot e^{-0.1x}$. x in Wochen, f in 1000 Stück Integrale über f bestimmen und im Sachzusammenhang deuten Andere CD: $g_k(x)=0.1\cdot x^2\cdot e^{k\cdot x}$. Parameter bestimmen. Differenzfunktion betrachten.
	LK	A1	Profillinie einer Brandungswelle. Dazu die Funktionen „back“ und „face“. Ansatz für back: $g(x)=k\cdot x\cdot e^{a\cdot x^2}-c$ Parameter an Daten anpassen. face: $f(x)=3-2\cdot\cos(0.7x-0.7)$ Stamm- und Ableitungsfunktion von back bestimmen. Es wird ein Integral über die Differenzfunktion vorgerechnet. Rechenschritte erläutern und im Sachzusammenhang deuten. face soll zur Vereinfachung durch quadratische Funktion ersetzt werden
		A2	Kraftwerk-Kühlturm, Randfunktion $f_a(x)=\frac{2}{15}a\left(e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}\right)$ Beton, Dichte, Volumen. Differenzfunktion.
2016			
ET	GK	A1	Tägliche Verkaufszahlen für ein Smartphone: $g(t)=30\cdot t\cdot e^{-0.1t}$ [t in Tagen, g in Stück] Nun jährliche Verkaufszahlen von 2008-2013. Daten als Säulendiagramm darstellen. Zeigen, dass die Werte einer Exponentialfunktion genügen, Parameter bestimmen. Integral berechnen und im Sachzusammenhang deuten. Güte der Modellierung beurteilen.
		A2	Gegeben ganzrat. Fkt. f(x) 3ten Grades. Diverse Untersuchungen. Schar $h_a(x)=\frac{f(a)}{a}\cdot x$. Erläutern, dass $h_a(x)$ lineare Schar ist. Flächenberechnungen. Bestimmte Dreiecksfläche in Abhängigkeit von Variable. Extremale Dreiecke identifizieren und deren „Form beschreiben“.
	LK	A1	Stammumfang einer Tanne: $f(t)=\frac{4}{1+20e^{-0.05t}}$, [in Metern, t in Jahren]. Grenzverhalten. Nachweisen, dass f‘‘(t)=... die zweite Ableitung ist. Zeitpunkt des stärksten Wachstums. Bestimmen von $\frac{1}{10}\int_0^{10} f(t)\,dt$ und deuten im Sachzusammenhang. Umkehrfunktion bestimmen, Umkehrbarkeit begründen usw. f(t) beschreibt ein logistisches Wachstum, d.h.

			Wachstumsgeschwindigkeit ist proportional zum Produkt von Bestand f(t) und Sättigungsmenge (S–f(t)). Mit Hilfe von f'(t)=c•f(t)•(S–f(t)) für S=4 zeigen, dass $c=\frac{1}{80}$.
		A2	Glocke aus Schokolade soll modelliert werden, diverse Punkte gegeben. Begründen, dass die Funktion mindestens 3ten Grades sein muss. Volumen des Rotationskörpers. Weitere Modellfunktion: $f_t(x)=\frac{e^{tx}-e^{-tx}}{5t}+1$. Wendepunkte, entscheiden ob LR- oder RL-WP. Streifen von essbarem Blattgold soll auf die Glocke aufgetragen werden. Näherungsweise Kegelstumpf, dessen Mantelfläche. Mantelflächenformel.
NT	GK	A1	Populationen von Mikroorganismen. $a'(t)=84\cdot e^{0.35\cdot t}$, Anzahl, Zeit in Tagen. Deuten von $\int_0^3 a'(t)\,dt$ bestimmen und deuten. Gift, dadurch neue Funktion. Weiteres Modell $b(t)=\frac{12220}{1+77.96\cdot e^{-0.55\cdot t}}+51$ Grenzwert, Bedeutung im Sachzusammenhang.
		A2	Solarmobil, v(t) (ganzrational) gegeben. Modifikation, neue Geschwindigkeitsfunktion $f_k(t)=30(1-e^{kt})$ [m/s]. Diverse Integrale berechnen und deuten.
	LK	A1	Waschbärenpopulation, Populationsgröße durch Wertetabelle gegeben. Bedeutung der (gegebenen) Wendestelle im Sachzusammenhang. Pop. kann durch $f_{b,k}(t)=\frac{250}{1+b\cdot e^{-k\cdot t}}$ beschrieben werden. Wendepunkt in Abhängigkeit von den Parametern gegeben. Änderung von dessen Lage in Abhängigkeit von den Parametern. Beweisen von $f'(t)=\frac{0.325}{250}f(t)\cdot(250-f(t))$ und „die Bedeutung der Faktoren f(t) und (250–f(t)) für die Entwicklung der Wachstumsgeschwindigkeit der Populationsgröße auf lange Sicht" erläutern. In einer gegebenen Rechnung wird aus dem Ansatz $\frac{1}{10-2}\int_2^{10}\frac{250}{1+\frac{7}{3}e^{-kt}}dt=200$ ein Wert vom k bestimmt. Rechenschritte und Bedeutung der Rechnung im Sachzusammenhang deuten.
		A2	$f(x)=-6\cdot e^{-0.6\cdot x}\cdot\cos(1.5x)$ Im Material wird eine Rechnung präsentiert, erläutern (=Bestimmung einer Stammfunktion durch zweifache partielle Integration). f(x) ist Teil der Schar $f_g(x)=-6\cdot e^{-g\cdot x}\cdot\cos(\sqrt{2.61-g^2}\cdot x)$. Weitere Schar $hg(x)=6\cdot e^{-g\cdot x}$. Für f(x) Parameter bestimmen. Bestimmen des Wertes von $\lim_{k\to\infty}\int_0^k h_g(x)\,dx$ und damit zeigen, dass „der Inhalt der vom Graphen jeder Funktion der Schar $f_g(x)$ und der positiven x-Achse eingeschlossenen Fläche einen endlichen Wert besitzt".
2017			
ET	GK	A1	Kanadische Wasserpest, Wachstumsgeschwindigkeit w(t) [cm/Tag] als Funktion dritten Grades gegeben. Erläutern von Null- und Wendestellen im Sachzusammenhang. Unter Verwendung einer Stammfunktion zeigen, dass $\frac{1}{45-15}\int_{15}^{45}w(t)\,dt=w(30)$ und Gleichung im Sachzusammenhang deuten. Alternative Beschreibung des Wachstums durch $v(t)=a\cdot t\cdot e^{-b\cdot t}$. Deutung eines Gleichungssystems (→ zur Bestimmung der Parameter). Funktionen w und v bezüglich ihrer Eignung beurteilen.
		A2	Höhenwachstum eines Kirschbaums soll beschrieben werden, im Angebot sind $h(t)=6-4\cdot e^{-0.2t}$ und $g(t)=2+\frac{3}{7}t$, jeweils in Metern, t in Jahren. Bestimmen und deuten von h'(4) im Sachzusammenhang. Weitere Funktionen. Berechnen und deuten von $\frac{1}{5}\int_0^5 h'(t)\,dt$ im Sachzusammenhang.
	LK	A1	Ausbreitung von Algen auf einer Seeoberfläche. Modell A (bedeckte Fläche): $f(t)=r\cdot e^{kt}$ (t in Monaten, f(t) in a) {1a=100m²}. Parameter bestimmen. Modell B (Änderungsrate): $g(t)=(-0.5t^2+t+2)e^{-0.5t}$ [a/Monat] Extrem- und Nullstellen von g bestimmen und im Sachzusammenhang deuten. Bestimmung einer Stammfunktion von G wird vorgerechnet, man soll die Integrationsmethode (partielle Int.) angeben. Untersuchen, ob Modell B zu der geschil-

			derten Situation passt. Modell C (Fläche): $h(t)=\frac{0.35}{0.1+3.4e^{-2.66t}}$. $h(\infty)$ bestimmen, deuten im Sachzusammenhang. Graphen den Modellen zuordnen, und erörtern im Sachzusammenhang, „wie realistisch die Modelle sind".
		A2	$g_a(x)=\sqrt{a\cdot x\cdot e^{-x}+0.1a}$ Diverse Untersuchungen. Asymptote. Zeigen, dass $G_a(x)=a(-x-1)e^{-x}+0.1ax$ eine Stammfunktion von $(g_a(x))^2$ ist. Likörglas, Randfunktion g_{20}. Volumen. Integrationsgrenze für gegebenes Volumen bestimmen. Erklären, warum $V_1>V_2$, obwohl $A_1<A_2$.
NT	GK	A1	Bauherr möchte rotationssymmetrisches Haus bauen. Randfkt. $f(x)=\sqrt{a\cdot x^2+b\cdot x+c}$. Materialkosten für kreisförmige Grundfläche. Grundfläche vs. Wohnfläche. Deuten von $\pi\int_3^4 (f(x))^2\,dx-\pi\int_3^4 (f(3))^2\,dx\approx 2.15$. Volumen bestimmen für Kühlleistung für Klimaanlage. Bei gegebener f'(x) begründen, dass f monoton fallend ist. Größe eines bestimmten Winkels bestimmen.
		A2	Baum, Wachstumsgeschwindigkeit $f(t)=20\cdot t\cdot e^{-0.1\cdot t}$ [cm/Jahr]. Nachweisen einer Stammfunktion. $\int_0^{10} f(t)\,dt$ berechnen und im Sachzusammenhang deuten. Rechnung für $\int_0^b f(t)\,dt$ vorgegeben. Anhand dieser begründen, dass $\int_0^\infty f(t)\,dt=2000$. Die rechte Seite im Sachzusammenhang deuten. Nun näherungsweise Bestimmung der durchschnittlichen Wachstumsgeschwindigkeit. Rechnung gegeben (Sekantensteigung), deuten.
	LK	A1	Standlicht Fahrraddynamo, Kondensator. Messwerte gegeben: (Zeit, Ladung) in (Sekunden, Coulomb). $Q(t)=5.5(1-e^{-kt})$ Zeige, dass $g(t)=\ln\left(\frac{5.5-Q(t)}{5.5}\right)$ eine lineare Funktion ist. Momentane Änderungsrate („Ladegeschwindigkeit") Q'. Die Funktionenschar $P_C(t)=\frac{1}{C}Q(t)\cdot Q'(t)$ beschreibt die momentane Änderungsrate der in einem Kondensator gespeicherten Energie. Den Wert von $\lim_{b\to\infty}\int_0^b P_1(t)\,dt$ berechnen und im Sachzusammenhang deuten.
		A2	Pantoffeltierchen. Anzahl pro ml in Abhängigkeit von der Zeit in Tagen: $N(t)=\frac{65}{1+12\cdot e^{-0.6t}}$ $\lim_{t\to\infty} N(t)$. N', N'' gegeben. Monotonie begründen. Nachweisen einer Stammfunktion. $0.25\int_0^4 N(t)\,dt$ und $\frac{N(0)+N(4)}{2}$ berechnen und im Sachzusammenhang deuten. Begründen, dass der Ansatz $N(t_W)-N(t_W-t)=N(t_W+t)-N(t_W)$ die Symmetrie des Graphen zu seinem Wendepunkt zeigt. Zeigen, dass die Gleichung tatsächlich gilt.
2018			
ET	GK	A1	Wirksamkeit eines Mittels gegen Stechmücken. $N(t)=150\cdot e^{0.25t}$: Anzahl Stechmücken, Zeit in Tagen. Zeigen, dass $N(t)=150\cdot 1.284^t$ gleich N(t) ist und 1.284 im Sachzusammenhang erläutern. Andere Population, welche dem Mittel ausgesetzt wird: $S(t)=160\cdot e^{0.25t}-10\cdot e^{0.5t}$. Graphen den Funktionen N und S zuordnen. Maximale Populationsgröße. Jede der Mücken stechen dreimal pro Tag. $3\int_0^3 S(t)\,dt$ berechnen und im Sachzusammenhang deuten. Wirkung / Dosierung kann durch Parameter gesteuert werden: $S_k(t)=10\cdot e^{0.25t}(16-e^{0.25\cdot k\cdot t})$ Zeigen, für welche Parameterwerte die Funktionen S und N zur Schar gehören. Untersuchen, ob es Parameterwert gibt, so dass $k<1.5$ und dass die Population nach spätestens nach 8 Tagen ausgestorben ist.
		A2	Heißluftballon aus Papier. Profil (Randfunktion) wird durch Funktion 3ten Grades beschrieben (ist gegeben) und durch Tangente an den Graphen. Wie viel darf das Papier maximal wiegen? Je drei Funktionen für Höhe und Geschwindigkeit des Ballons sind ge-

			geben. Für die dritte Ballonfahrt gilt: h(0)=1 und $\int_0^{10} v(t)\,dt=-1$. Diese Bedingungen im Sachzusammenhang erläutern.
	LK	A1	Neue Tierart soll in Nationalpark angesiedelt werden. Drei Modelle für die Geburtenraten, jeweils in Tiere/Jahr: $f_a(t)=\frac{a}{1+4\cdot e^{-0.5t}}$, $f_b(t)=\frac{10}{1+b\cdot e^{-0.5t}}$, $f_c(t)=10\cdot t\cdot e^{-c\cdot t}+10$ Geburtenraten zum Zeitpunkt 0 und langfristig begründen. Dann Graphen zuordnen. Einfluss der Scharparameter auf die Geburtenraten zum Zeitpunkt 0 und langfristig „beschreiben“. Für f_c Wendepunkt bestimmen und Bedeutung des WP im Sachzusammenhang beschreiben. Ortskurve der WP herleiten. Zu $f_1:=f_{c=1}$ gehört die Sterberate $s(t)=10\cdot t\cdot e^{-2t}+0.1\cdot t+10$. Stammfunktion von f_1 herleiten. Anzahl der Geburten in den ersten 10 Jahren bestimmen. Es wird $d(t)=f_1(t)-s(t)$ vorgestellt und auf Extrema untersucht. Man soll die einzelnen Schritte zunächst ohne, dann mit Bezug zum Sachzusammenhang erläutern. Ermittlung der drei Zeitpunkte, zu denen sich die Größe der Population nicht geändert hat.
		A2	Lärchenwickler. Deren Größe in mm, t in Tagen nach dem Schlüpfen: $f(t)=a\cdot e^{kt}$. Parameter bestimmen. Alternatives Modell: $g(t)=\frac{19.4}{1+5.72\cdot e^{-0.12t}}$ Es gilt: (I) $g'(t)=\frac{0.12}{19.4}\cdot g(t)\cdot(19.4-g(t))$ (II) g‘(t)>0. .... Massenvermehrungen seit t=0 (=1989): $k(t)=249.975\cdot\sin\left(\frac{2}{9}\pi(7+0.25)\right)+250.025$ (Anzahl der Larven je kg Zweige). Befall wird erst sichtbar, wenn $k\geq 100$. Die Rechnung wird präsentiert, erläutern im Sachzusammenhang. Es werden zwei Strategien gezeigt, mit denen die zu erwartende maximale Larvendichte von 2018 bis 2037 berechnet werden soll. Strategie I: ein arithmetisches Mittel. Strategie II: $d_{II}=\frac{1}{20}\int_{28.5}^{48.5} k(t)\,dt$. Erläutern der Strategien, d_{II} ermitteln, mit d_I vergleichen.
NT	GK	A1	Rutschbahn wird durch gegebene Fkt. f(x) 5ten Grades beschrieben. Handlaufprofile, ebenfalls Fkt. 5ten Grades. Flächenberechnungen. f(x) ist Teil einer Schar $f_a(x)$ (gegeben). Nullstellenberechnung wird vorgeführt. Damit begründen, dass $f_{-0.16}(x)$ genau drei Nullstellen besitzt und diese angeben. Begründen, dass eine Funktion der Schar maximal 4 Extrema haben kann.
		A2	$f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$, $g(x)=\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})$ Rechnung $\pi\int_0^a (f(x))^2dx-\pi\int_0^a (g(x))^2dx=\ldots$ erklären. Dann Sachzusammenhang: Durchhängende Ketten in der Wilhelmshöher Allee in Kassel. Tiefpunkte, Winkel, Flächen. Approximation durch Parabel.
	LK	A1	$f_k(x)=\frac{\ln(k\cdot x^2)}{x}$. Ortskurve der Extrema. Ermittlung einer Stammfunktion mit partieller Integration. Keplersche Faßregel. Deren Güte soll nun an $f_1(x)$ untersucht werden. Gausssche φ-Funktion, näherungsweise Bestimmung von Flächeninhalten. Gütevergleich
		A2	Höhenprofillinie einer 15 km langen, kurvenfreien Straße wird mit Schar modelliert. $f_k(x)=0.03e^{-\frac{1}{15}k\cdot x}(k\cdot x+6)$ Andere Modellierung: Zwei ganzrationale Funktionen, die knick- und sprungfrei verbunden werden sollen. Bogenlänge.
2019			
ET	GK	B1	Werkstück aus zwei unterschiedlich gefärbten Kunststoffen. Randkurve ganzrational. Flächeninhalt. Weitere Randfunktion $g(x)=(1.5x+4.5)e^{-0.3x}$. Stammfunktion mit Formansatz bestimmen. Die ganzrationale Funktion ist Funktion einer Schar. Eigenschaft des WP in Abhängigkeit vom Parameter.
		B2	Brauerei, Fassbrause, Bier. $f(t)=18\cdot e^{-\frac{1}{200}(t-26)^2}+10$: Produktionsmenge [m³/Woche] im Jahresverlauf, t in Wochen. Es gilt $\frac{1}{26}\int_0^{26} f(t)\,dt\approx 18.6$. Im Sachzusammenhang deuten. Funktionenscharen.
	LK	B1	Wasserflasche wird gekühlt, dann in Raum gestellt. Temperaturverlauf $w(t)=T_R-(T_R-T_0)e^{-kt}$. Wert von $\frac{1}{10}\int_0^{10} w(t)\,dt$ berechnen und im Sachzusammenhang deu-

			ten. Begründen, dass $\lim_{t\to\infty} w(t)=30$. Erwärmungsgeschwindigkeit. Logistische Funktion $f'(t)=k\cdot(S-f(t))$. Schar $f_n(x)=(x+1)^n\cdot e^x$. Asymptotisches Verhalten begründen. Begründen, dass die Graphen der Schar bei $x=-1$ für gerade Werte von n einen Extrempunkt und für ungerade Werte einen Sattelpunkt haben.
		B2	$f_k(t)=k\cdot t\cdot e^{-0.4\cdot t}$. Stammfunktion mit Formansatz bestimmen. Uneigentliches Integral. Weitere Schar: $g_k(t)=k^2\cdot t\cdot e^{-0.6\cdot t}$. Zeige, dass f_k und g_k die Schnittpunkte $S_1(0\mid 0)$ und $S_2\left(\frac{\ln(k)}{0.2}\middle\vert\frac{\ln(k)}{0.2\cdot k}\right)$ haben. Ortskurve der Schnittpunkte S_2 bestimmen. Nebelfänger der Typen I und II. Sammelrate [100 Liter / Stunde] kann mit f_k und g_k modelliert werden. Ausbeute bestimmen. Rechnung mit Integralen erläutern und im Sachzusammenhang deuten.
NT	GK	B1	Schäferhundwelpen, Gewichtszunahme je Tag durch Wertetabelle gegeben. Soll durch $m(t)=a\cdot e^{k\cdot t}$ modelliert werden. Dann wird die Gewichtszunahme durch $f(t)=(5t+50)e^{-0.012t}$ modelliert. Stammfunktion mit Formansatz bestimmen. Alternative Funktion gesucht.
		B2	Quaderförmiges Becken wird mit Wasser gefüllt, Änderungsrate der Wassermenge wird durch gegebene, ganzrationale Funktion beschrieben. Schar $f_a(t)=a(0.2\cdot t^3-2.3\cdot t^2+6\cdot t)$, Stammfunktionen $F_a(t)=a\cdot\left(\frac{1}{20}t^4-\frac{23}{30}t^3+3t^2\right)$. Parameter bestimmen.
	LK	B1	$f_{a,c}(t)=a\cdot(t-4.1)\cdot e^{c\cdot t}+\frac{1}{4}$ Für die Nullstellenbestimmung wird eine Rechnung präsentiert. $f_{a,b,c,d}(t)=a\cdot(t-b)\cdot e^{c\cdot t}+d$ Verhalten im Unendlichen. Äquivalentdosis (µSv), Äquivalentdosisleistung (µSv/h), Fukushima, Wertetabelle gegeben. Kann mit einer der Scharfunktionen modelliert werden. Funktion gegeben, drei Gründe nennen, warum das eine Stammfunktion sein könnte. $\frac{1}{20-13}\int_{13}^{20}24\cdot f(t)\,dt$ bestimmen und im Sachzusammenhang deuten. Weitere Funktion, welche den Verlauf besser modelliert. Weitere Wertetabelle, Parameter anpassen.
		B2	$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2\cdot e^{-x}$ Rechteck: linke untere Ecke $(2\mid 0)$, rechte obere Ecke auf dem Graphen von f. Flächeninhalt A. In einer Rechnung wird die Bestimmung eines Extremums von A präsentiert: Erläutern und im Sachzusammenhang deuten. f(x) ist Teil der Schar $f_a(x)=\frac{4}{a^3}\cdot x^2\cdot e^{\frac{-2x}{a}}$. Stammfunktion mit Formansatz. Zeigen, dass $\lim_{k\to\infty}\int_0^k f_a(x)\,dx=1$. "Für a = 0,53 stellt die Funktion $f_{0,53}$ der Funktionenschar f_a [..] die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons im Wasserstoffatom dar. Dabei gibt $P(s\le X\le t)=\int_s^t f_{0.53}(x)\,dx$ die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass der Abstand X des Elektrons zum Atomkern zwischen den Werten s und t liegt. X, s und t in Ångström". Untersuchen, ob die Wahrscheinlichkeitsdichte Werte größer 1 annimmt. Integral ausrechnen und im Sachzusammenhang deuten.
2020			
ET	GK	B1	Entwicklung der Weltbevölkerung über 60 Jahre, Wertetabelle, soll mit Exponentialfunktion modelliert werden. $\frac{1}{20}\int_5^{25}3.02\cdot e^{0.019\cdot t}\,dt$ berechnen und im Sachzusammenhang deuten. Andere Modellierung. Eignung der Modelle untersuchen.
		B2	Ganzrationale Funktion gegeben. Erweist sich als Funktion einer Schar. Lungenfunktionstest. Eine der Funktionen beschreibt den zeitlichen Verlauf des Lungenvolumens in Litern, t in Sekunden. $\frac{1}{4}\int_0^4 f(t)\,dt$ unter Angabe einer Stammfunktion bestimmen und im Sachzusammenhang deuten. Die momentane Änderungsrate wird durch $g(t)=4.4\cdot\sin\left(\frac{2}{5}\cdot\pi\cdot t\right)$ [Liter/Sekunde] modelliert. Deuten von $\int_0^5 g(t)\,dt=0$ im Sachzusammenhang. Zeigen, dass $G(t)=\frac{11}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{2}{5}\cdot\pi\cdot t\right)\right)$ jene Stammfunktion von g ist, für welche

			G(0)=0 gilt. G(2.5) bestimmen und im Sachzusammenhang deuten.
	LK	B1	Rückhaltebecken für Regen. $f_k(t)=100(k^2\cdot t+k)e^{-\frac{k}{5}t}$ [m^3/h]. k ist ein Maß für die Stärke des Regens. Ortskurve der Hochpunkte. Schar der Wendetangenten ist gegeben. Zwei Verfahren werden vorgestellt zur Bestimmung des Fassungsvermögens des Beckens. Das eine Verfahren ist exakt, das andere näherungsweise. Entscheiden, für welches Verfahren welche Aussage zutrifft. Mittels Formansatz Stammfunktion bestimmen. Volumina bestimmen. Das Becken ist rotationssymmetrisch, Randfunktion des gekippten Beckens kann mit gegebener Wurzelfunktion beschrieben werden. Herleiten einer Formel für die Höhe des Wasserstandes.
		B2	Bakterien und Antibiotika. $f_a(t)=e^{a\cdot t-0.3\cdot t^2}$ [1000 Bakterien, Zeit in Tagen]. Ortskurve der Hochpunkte. $f_a\left(\frac{5}{3}a+h\right)=f_a\left(\frac{5}{3}a-h\right)$ geometrisch deuten. Flächenberechnungen näherungsweise mit Trapez und numerisch mit dem TR. Eine Art Mittelwertsatz herleiten. Antibiotikum in Tablettenform. Diese sind rotationssymmetrisch, Randfunktion der gekippten Tablette wird mit Wurzelfunktion beschrieben. Volumen, Dichte.
NT	GK	B1	Gartensauna, Frontalansicht wird mit Parabel modelliert. Ober- und Untersumme, exakter Wert. Länge eines Polygonzugs. Bogenlänge (!). Vergleich der Werte. Elektronisch geregelter Saunaofen, Aufheizvorgang $T(t)=100-a\cdot e^{-k\cdot t}$ [°C, t in Minuten] Parameter bestimmen. Anderer Ofen: $K'(t)=3.6\cdot e^{-0.04\cdot t}$. Kommt dieser Ofen in max. 45 Minuten von 20°C auf 95°C?
		B2	Neues Terminal am Fraport. Passagier-Transport-System (PTS). Streckenführung zwischen 2 Punkten A und B ganzrational. Alternativ wird die Streckenführung mit Sinus-Funktion beschrieben. Parameter bestimmen, nachweisen, dass eine gegebene Fkt Stammfunktion ist. Flächeninhalte. Beurteilen einer abstrakten Aussage über Funktionen, deren bestimmte Integrale gleich sind. Weitere Modellierung der Streckenführung, Übergänge sprung- und knickfrei.
	LK	B1	Samuel-Beckett-Bridge in Dublin. Untere Profilfunktion, stückweise definiert. Obere Profilfunktion wird u.a. durch logistische Funktion modelliert (auch stückweise). Flächeninhalte (zur Bestimmung der Masse). Eine der oberen Profilfunktionen ist Fkt der Schar $f_{c,d,k}(x)=\frac{c}{1+d\cdot e^{-k\cdot x}}$. Zeigen, dass alle Scharfunktionen die (einzige) Wendestelle $x_W=\frac{\ln(d)}{k}$ besitzen. Zeigen, dass dies ein LR-WP ist.
		B2	$g_k(t)=4k\cdot t\cdot e^{-0.1\cdot t}$, $s_k(t)=-0.04\cdot t(k\cdot t-40)$ sowie $d_1(x)=g_1(x)-s_1(x)$. Stammfunktionenschar $G_k(t)$ gegeben, Parameter bestimmen. g_k modelliert die Geburtenrate, s_k die Sterberate einer Population in 1000 Individuen pro Stunde. Bestandsfunktion. Anfangsbestand.

Sascha Richter, LOG Bruchköbel, Januar 2021